光波的叠加与干涉习题

一、选择题

1. 在真空中波长为λ的单色光，在折射率为 n 的透明介质中从 A 沿某路径传播到 B，若 A、B 两点相位差为 3π，则此路径 AB 的光程为（）

(A) 1.5λ. (B) 1.5 λ/n. (C) 1.5λn . (D) 3λ.

A

$$\Delta\phi = 2\pi\left(\frac{l_2}{\lambda_2} - \frac{l_1}{\lambda_1}\right) = 2\pi\left(\frac{n_2 l_2}{\lambda_0} - \frac{n_1 l_1}{\lambda_0}\right) = 2\pi\delta / \lambda_0$$

2. 2、在双缝干涉实验中，光的波长为 600 nm (1 nm＝10^{-9} m)，双缝间距为 2 mm，双缝与屏的间距为 300 cm．在屏上形成的干涉图样的明条纹间距为（）

(A) 0.45 mm (B) 0.9 mm (C) 1.2 mm (D) 3.1 mm

B

3. 3、在迈克耳孙干涉仪的一支光路中，放入一片折射率为 n 的透明介质薄膜后，测出两束光的光程差的改变量为一个波长λ，则薄膜的厚度是

(A) λ / 2． (B) λ / (2n)． (C) λ / n． (D) $\dfrac{\lambda}{2(n-1)}$． [ ]

D

4. 两块平玻璃构成空气劈形膜，左边为棱边，用单色平行光垂直入射．若上面的平玻璃以棱边为轴，沿逆时针方向作微小转动，则干涉条纹的（）

(A) 间隔变小，并向棱边方向平移 (B) 间隔变大，并向远离棱边方向平移

(C) 间隔不变，向棱边方向平移 (D) 间隔变小，并向远离棱边方向平移

A

5. 在折射率为$n = 1.68$的平板玻璃表面涂一层折射率为$n' = 1.38$的MgF_2透明薄膜，可以减少玻璃表面的反射光。若用波长$\lambda = 500nm$的单色光垂直入射，为了尽量减少反射，则MgF_2薄膜的最小厚度是

（A）181.2nm； (B) 78.1nm；（C）90.6nm；（D）156.3nm

B

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$2n_2 e = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

6. 两块折射率相同的标准玻璃之间形成一个劈尖。用波长λ的单色光垂直入射，产生等厚干涉条纹。假如我们将上面的玻璃向上抬起改变劈尖角，则劈尖角增大时相邻明纹间距比原来

（A）增大 （B）减小 （C） 不变 （D）无法判断

B

7. 两个点光源单独作用时，在场点 P 的形成的场强分别为 I_0 和 $9I_0$。当两个点光源发生干涉时，在 P 点附近的反衬度为___。

0.6

8. 在杨氏双缝干涉实验中，光源波长约为 0.6μm，双缝间距 d=0.5mm，接收屏距双缝 1m 远，缝光源距双缝 2m 远。则条纹间距为___mm，考虑到光场的空间相干性，缝光源许可宽度应小于__mm。

1.2mm； 0.6mm。 $b_c = \dfrac{\lambda l}{d}$

9. 在双缝干涉实验中，两缝间距离为 d，双缝与屏幕之间的距离为 D (D>>d). 波长为λ 的平行单色光垂直照射到双缝上. 屏幕上干涉条纹中相邻暗纹之间的距离是

(A) $2\lambda D / d$. (B) $\lambda d / D$. (C) dD / λ . (D) $\lambda D / d$.

D

10. 产生干涉的必要条件（相干条件）有：

（1）__频率相等__________；

（2）__位相差恒定__________

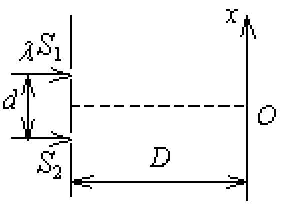
（3）__平行的振动分量______

二、计算题

1、双缝干涉实验装置如图所示，双缝与屏之间的距离 D＝120 cm，两缝之间的距离 d＝0.50 mm，用波长λ＝500 nm (1 nm=10^{-9} m)的单色光垂直照射双缝．

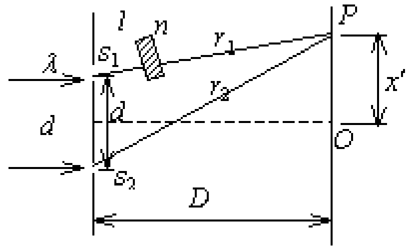
(1) 求原点 O (零级明条纹所在处)上方的第五级明条纹的坐标 x．

(2) 如果用厚度 l＝1.0×10^{-2} mm， 折射率 n＝1.58 的透 明薄膜复盖在图中的 S_1 缝后面，求上述第五级明条纹的坐标 x'.



解：(1) ∵ $dx / D \approx k\lambda$

$$x \approx Dk\lambda / d = (1200\times5\times500\times10^{-6} / 0.50)\text{mm} = 6.0 \text{ mm}$$



(2) 从几何关系，近似有： $r_2 - r_1 \approx \mathrm{d}x' / D$

有透明薄膜时，两相干光线的光程差

$$\delta = r_2 - (r_1 - l + nl)$$

$$= r_2 - r_1 - (n-1)l$$

$$= \mathrm{d}x' / D - (n-1)l$$

对零级明条纹上方的第 k 级明纹有： $\delta = k\lambda$

零级上方的第五级明条纹坐标：

$$x' = D[(n-1)l + k\lambda] / d$$

$=1200[(1.58-1)\times0.01\pm5\times5\times10^{-4}] / 0.50\text{mm} = 19.9 \text{ mm}$

2、用波长为λ_1的单色光照射空气劈形膜，从反射光干涉条纹中观察到劈形膜装置的 *A* 点处是暗条纹．若连续改变入射光波长，直到波长变为λ_2 ($\lambda_2 > \lambda_1$)时，*A* 点再次变为暗条纹．求：*A* 点的空气薄膜厚度．

解：设A点处空气薄膜的厚度为 e，则有

$$2e + \frac{1}{2}\lambda_1 = \frac{1}{2}(2k+1)\lambda_1, \text{即} 2e = k\lambda_1$$

改变波长后有　　　$2e = (k-1)\lambda_2$

∴　　$k\lambda_1 = k\lambda_2 - \lambda_2, k = \lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1)$

∴　　$e = \frac{1}{2}k\lambda_1 = \frac{1}{2}\lambda_1\lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1)$

3、一薄玻璃片，厚度为0.4μm，折射率为1.50，用白光垂直照射，问在可见光范围内，哪些波长的光在反射中加强？哪些波长的光在透射中加强？（见光波长的范围400nm～760nm）

解：这是一个等倾干涉并且入射角i＝0的问题。

（1）反射光：上表面反射有半波损失，下表面则无半波损失。上下表面反射光加强的条件为：

$$2ne - \frac{\lambda}{2} = k\lambda \text{ ， } k = 0、1、2、3.....$$

$$\lambda = \frac{4ne}{2k+1}$$

由计算可知，当k＝2时，λ＝480nm。

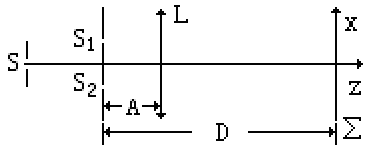
（2）透射光，一透射光直接透过玻璃片；另一透射光先由下表面反射，再由上表面反射而透过下表面，两次反射均无半波损失。两束透射光加强的条件为：

$$2ne = k\lambda \text{ ， } k = 1、2、3...$$

$$\lambda = \frac{2ne}{k}$$

由计算可知，当k＝2时，λ＝600nm，当k＝3时，λ＝400nm。

4、杨氏干涉装置中的S点光源发出波长为$\lambda = 0.6\mu m$的单色光，间距为$d = 0.4mm$的双缝S_1和S_2对称分布于光轴两侧，衍射屏与观察屏的距离为$D = 100cm$，一个焦距为$f = 10cm$的薄透镜L置于衍射屏和观察屏之间，若薄透镜与衍射屏的距离分别为（1）$A = 8cm$和（2）$A = 10cm$，在傍轴条件下分别求观察屏Σ上这两种情况的干涉条纹的形状和间距？



解：(1) 将对称分布的两个次波源 S_1 和 S_2 对薄透镜成像，最终的干涉条纹是两个相应虚像点在观察屏 Σ 上形成的杨氏干涉条纹。由于：$\frac{1}{s'}+\frac{1}{8}=\frac{1}{10}$，$s'=-40$；$V=-\frac{s'}{s}=5$，

$d'=0.04\times 5=0.2cm$，

$D'=100-8+40=132cm$

满足相干加强的光程差公式为：$(\Delta L)=\frac{d'}{D'}x=m\lambda$，因此，干涉条纹应当为垂直 x 轴的直线条纹。

条纹间距为：$\Delta x=\frac{D'}{d'}\lambda=\frac{132}{0.2}\times 6000A^0=0.396mm\approx 0.4mm$。

(2) 由于衍射屏位于薄透镜的焦平面上，因此，对称分布的两个次波源在后场形成的是两束倾角相等的平行光的干涉。满足相干加强的光程差公式为：$(\Delta L)=2x\sin\theta=m\lambda$

因此，干涉条纹是垂直 x 轴的直线条纹。平行光的倾角为：$\sin\theta=\frac{0.02}{10}=2\times 10^{-3}$

条纹间距为：$\Delta x=\frac{\lambda}{2\sin\theta}=\frac{6000A^0}{2\times 2\times 10^{-3}}=0.15mm$

5、(20 分)、用波长 λ＝500nm 的单色光垂直照射在由两块玻璃板（一端刚好接触成为劈棱）构成的空气劈形膜上．劈尖角 θ＝2×10^{-4}rad．如果劈形膜内充满折射率为 n＝1.40 的液体，求：从劈棱数起第五个明条纹在充入液体前后移动的距离。

解：设第五个明纹处膜厚为 e，则有

$2ne+\lambda/2=5\lambda$

设该处至劈棱的距离为 l，则有近似关系

$e=l\theta$,（5 分）

由上两式得

$2nl\theta=9\lambda/2$，$l=9\lambda/4n\theta$

充入液体前第五个明纹位置

$l_1 = 9\lambda / 4\theta$

充入液体后第五个明纹位置

$l_2 = 9\lambda / 4n\theta$

充入液体前后第五个明纹移动的距离

$\Delta l = l_1 - l_2 = 9\lambda(1 - 1/n)/4\theta = 1.61$ mm

6、在折射率 $n = 1.50$ 的玻璃上，镀上 $n' = 1.35$ 的透明介质薄膜．入射光波垂直于介质膜表面照射，观察反射光的干涉，发现对 $\lambda_1 = 600$ nm 的光波干涉相消，对 $\lambda_2 = 700$ nm 的光波干涉相长．且在 600 nm 到 700 nm 之间没有别的波长是最大限度相消或相长的情形．求：所镀介质膜的厚度．(1 nm = 10^{-9} m)

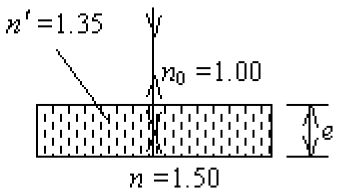
解：设介质薄膜的厚度为 e，上、下表面反射均为由光疏介质到光密介质，故不计附加程差当光垂直入射 $i = 0$ 时，依公式有：

对 λ_1：　$2n'e = \frac{1}{2}(2k+1)\lambda_1$　①

按题意还应有：

对 λ_2：　$2n'e = k\lambda_2$　②

由① ②解得：　$k = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = 3$



7、用波长为 λ_1 的单色光垂直照射牛顿环装置时，测得中央暗斑外第 1 和第 4 暗环半径之差为 l_1，而用未知单色光垂直照射时，测得第 1 和第 4 暗环半径之差为 l_2，求：未知单色光的波长 λ_2．

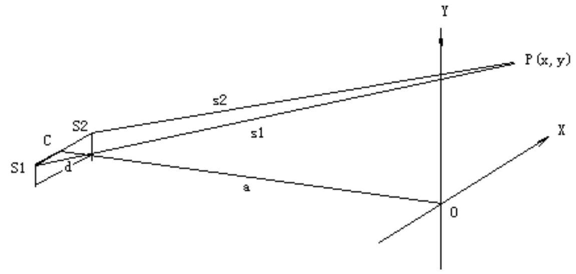
解：由牛顿环暗环半径公式：$r_k = \sqrt{kR\lambda}$，

根据题意可得　$l_1 = \sqrt{4R\lambda_1} - \sqrt{R\lambda_1} = \sqrt{R\lambda_1}$

$l_2 = \sqrt{4R\lambda_2} - \sqrt{R\lambda_2} = \sqrt{R\lambda_2}$

$$\lambda_2 / \lambda_1 = l_2^2 / l_1^2 \qquad \lambda_2 = l_2^2 \lambda_1 / l_1^2$$

8、单色点光源 S 发出的光透过遮光屏上距离为 d 的两个孔 S1、S2 后形成的球面波在距离遮光屏 a 的 xy 平面上的一点 P(x,y)处会合，P 点到 S1、S2 的距离分别是 s1、s2, S 到 S1、S2 的距离相等，d<<a，P 点在光轴附近，,如图所示，求（1）P 点处的光强;（2）观测屏任意放置时光强极大值满足的方程。



解：（1）在 P 点两球面波合成的复振幅为

$$U = A\exp(jks1) + A\exp(jks2)$$

式中 $s1 = \sqrt{a^2 + y^2 + (x + d/2)^2}$

$s2 = \sqrt{a^2 + y^2 + (x - d/2)^2}$

P 点光强为 $I = U^*U = 2A^2(1 + \cos k\Delta s)$， 其中 $\Delta s = s1 - s2$

$\because d << a, |x| << a, |y| << a$ 及关系 $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$

上式近似为 $I = 2A^2[1 + \cos(k\frac{d}{a}x)] = 2A^2[1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{a}x)]$

表明位相差仅与 x 有关，故可见等间距的干涉条纹。

（2）对任意放置的观测屏，干涉条纹的分布取决于光程差相同的点的轨迹。由上一问（1）知光程差为

$$\Delta s = s1 - s2 = \sqrt{z^2 + y^2 + (x + d/2)^2} - \sqrt{z^2 + y^2 + (x - d/2)^2}$$

将等式移项两边平方后再化简得

$$\frac{x^2}{(\Delta s/2)^2} - \frac{y^2 + z^2}{(d/2)^2 - (\Delta s/2)^2} = 1$$

当 $\Delta s = m\lambda$， $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$ 时有干涉条纹极大值，其方程为：

$$\frac{x^2}{(m\lambda/2)^2} - \frac{y^2 + z^2}{(d/2)^2 - (m\lambda/2)^2} = 1$$

为旋转双曲面。

9、两个偏振方向正交放置的偏振片，以光强为 I0 的自然单色光照射，若在其中插入另一块偏振片，求：

(1) 若透过的光强为 I0 /8，插入的偏振片方位角

(2) 若透过的光强为 0，插入的偏振片方位角

(3) 能否找到合适的方位，使透过的光强为 I0 /2

解：(1)设插入的偏振片与第一块偏振片偏振方向的夹角为θ，则与第二块的夹角为 90°−θ

自然光透过第一块偏振片后的光强为 $\frac{1}{2}I_0$

根据马吕斯定律透过插入偏振片后的光强为$\frac{1}{2}I_0\cos^2\theta$

则从第二块偏振片出射的光强为

$$I=\frac{1}{2}I_0\cos^2\theta\cos^2\left(90^0-\theta\right)=\frac{1}{2}I_0\cos^2\theta\sin^2\theta$$

整理得

$$I=\frac{1}{8}I_0\sin^2 2\theta$$

若 $I=\frac{1}{8}I_0$ 则 $\theta=45^0$，即插入的偏振片与两个偏振片均成 45^0 角

(2) 令 I=0，得 $\sin^2 2\theta=0$ 即 $\theta=0$ 或 $\pi/2$ 插入的偏振片偏振方向与其中的一块平行

(3) 令 $I=\frac{1}{2}I_0$，得 $\sin^2 2\theta$ 说明出射光强不可能为 $\frac{1}{2}I_0$

10、两振幅相同、初位相均为 0、振动方向相同且波矢均在 xz 平面内的平面波分别以 θ 和 $-\theta$ 角向 z=0 平面入射并在其上相遇，求解并讨论其光强分布及条纹间隔情况。

解：在 z=0 平面上两个平面波可分别表示为

$$U_1=A\exp[jkx\sin\theta]\exp(j\omega t)$$

$$U_2=A\exp[jkx\sin(-\theta)]\exp(j\omega t)=A\exp[-jkx\sin\theta]\exp(j\omega t)$$

合振动为$U=U_1+U_2=A[\exp(jkx\sin\theta)+\exp(-jkx\sin\theta)]\exp(j\omega t)$

光强分布为

$$I=U^*U=A^2[\exp(jkx\sin\theta)+\exp(-jkx\sin\theta)][\exp(-jkx\sin\theta)+\exp(jkx\sin\theta)]$$
$$=2A^2+2A^2\cos(2kx\sin\theta)=2A^2[1+\cos(2kx\sin\theta)]=4A^2\cos^2(kx\sin\theta)$$

讨论：

当$\cos^2(kx\sin\theta)=1$，或$kx\sin\theta=n\pi\quad n=0,\pm1,\pm2\ldots$时光强最大为$4A^2$，相应的$x=\frac{n\pi}{k\sin\theta}=\frac{n\pi\lambda}{2\pi\sin\theta}=\frac{n\lambda}{2\sin\theta}\quad n=0,\pm1,\pm2\ldots$

当$\cos^2(kx\sin\theta)=0$，或$kx\sin\theta=(2n+1)\pi/2$ ，$n=0,\pm1,\pm2\ldots$时光强最小为0，相应的$x=\frac{(2n+1)\pi}{2k\sin\theta}=\frac{(2n+1)\pi\lambda}{4\pi\sin\theta}=\frac{(2n+1)\lambda}{4\sin\theta}\quad n=0,\pm1,\pm2\ldots$

相邻明纹（或暗纹）间隔为$\Delta x=\frac{\lambda}{2\sin\vartheta}$， 表明在 0 到$\pi/2$范围内随入射角$\theta$增大条纹间隔变小，条纹分布变得密集。

三、简答题

1、用普通的点光源照明时，波前上各次波源的相位是否稳定?它们之间的相位差是否稳定? 它们是否相干?在这种情况下我们能看到稳定的衍射图样吗?

答：由于普通光源发光波列的断续性和各波列间位相的无规性，点光源波前上各次波源的相位必然是高频跳变和不稳定的。但是各个次波源之间的相位差只由光程差决定，是稳定的。因此，点光源波前上各次波源是相干的，用点光源照明衍射屏时是可以看到稳定衍射花样的。